

Оценка активов

6-й модуль, 2025-2026

Карстен Шпренгер
Российская экономическая школа
csprenger@nes.ru

Информация о курсе

- **Сайт курса:** my.nes.ru
- **Приемный часы преподавателя:** после лекции или по предварительной договоренности
- **Учебный ассистент:** Григорий Королев

Описание курса

Данный курс представляет собой введение в экономику и математику финансовых рынков. В нем рассматриваются два фундаментальных принципа ценообразования. Первый принцип - отсутствие арбитража. Он в основном используется для оценки производных финансовых инструментов (таких как форвардные или опционные контракты) относительно базовых активов (например, акций или процентных ставок).

Однако для того, чтобы оценивать всю вселенную финансовых активов, необходимо изучить, как инвесторы оптимально принимают инвестиционные решения и как кооперация этих инвесторов на финансовых рынках приводит к формированию цен. Это второй принцип - анализ равновесия. Мы начнем с классических проблем выбора инвесторами оптимальных портфелей, в частности, с задачи среднего-дисперсионного анализа (модели Марковица). Затем мы сформулируем задачу выбора портфеля в динамическом контексте. Взаимодействие множества инвесторов приводит нас к моделям равновесного ценообразования активов, таким как знаменитая модель оценки капитальных активов (САРМ). Мы также научимся решать динамические модели равновесия. Несмотря на то, что многие продвинутые финансовые модели формулируются в непрерывном времени, в этом вводном курсе мы ограничимся моделями дискретного времени.

Основное внимание в курсе уделяется теории, но мы также прокомментируем некоторые эмпирические данные и то, как эти теории проверяются и используются непосредственно на практике. Для усвоения идей и математического аппарата финансовых моделей будет полезно выполнять небольшие практические задания на компьютере. R будет основным языком программирования, используемым в примерах на занятиях, и я рекомендую использовать его для решения домашних заданий, даже если вы можете применять и другие языки программирования.

Требования к курсу, система оценивания, правила посещения занятий

Предварительные требования: Микроэкономика 1-3, Теория вероятности, Математика для экономистов.

Описание методологии курса: Курс состоит из лекций, семинаров и домашних заданий. Семинары в основном предназначены для знакомства с программированием на R, ответов на вопросы по текущим домашним заданиям, разбора решений сданных домашних работ, а также разбора некоторых дополнительных примеров.

Посещаемость: Активность на занятиях напрямую не влияет на оценку. Однако активное участие поможет вам лучше понять материал. Кроме того, это экономит ваше время, поскольку самостоятельная работа с учебниками и конспектами лекций не дает точного представления о выборе тем, материала и некоторых приемах решения определенных типов задач. То есть, если вы хотите сэкономить время, вам следует посещать занятия.

Система оценивания:

- *Домашние задания* проверяются и составляют 20% от итоговой оценки. Каждое домашнее задание имеет установленный срок и время сдачи. Просрочка сдачи до 24 часов приводит к снижению оценки на 20%; сдача позже этого срока или несдача приравнивается к нулевой оценке за это задание.
- Небольшой *тест* в середине семестра составляет 20%.
- Оставшаяся часть оценки (60%) выставляется по результатам *финального экзамена*.
- Вопросы на промежуточном и финальном экзаменах будут представлять собой либо задачи, похожие на домашние задания, либо вопросы, касающиеся интерпретации полученных результатов, и на понимание концепций, объясненных на лекциях, в конспектах или соответствующих главах учебников.

Оценочная шкала:

%	Оценка
[0, 35)	2
[35, 39)	2, 7
[39, 44)	3
[44, 48)	3, 3
[48, 53)	3, 7
[53, 58)	4
[58, 63)	4, 3

[63, 73)	4, 7
[73, 80)	5
[80, 100]	5,3

Пропуск экзамена. Если студент пропускает промежуточный экзамен по причине, признанной администрацией НИУ ВШЭ уважительной, вес финального экзамена составит 80%. Если студент пропускает финальный экзамен по причине, признанной администрацией НИУ ВШЭ уважительной, студент может сдать повторный экзамен, охватывающий весь материал курса. Если студент получает неудовлетворительную оценку за курс, он имеет право на одну пересдачу (помимо упомянутого выше повторного экзамена). Это будет письменный и комплексный экзамен, охватывающий весь материал курса. Степень сложности будет не ниже, чем на оригинальном экзамене.

Содержание курса

В данном плане перечислены темы, которые будут рассмотрены в курсе (с приблизительным графиком).

Часть 1 -- Модели оценки активов и принцип отсутствия арбитража

- Неделя 1. Введение: Терминология финансовых рынков; Цены облигаций и процентные ставки в условиях определенности. Неопределенность, реплицирующие портфели, ценные бумаги Эрроу-Дебре.
- Неделя 2-3. Арбитраж и полнота рынка. Фундаментальная теорема финансов. Приложения: Ценообразование форвардов и фьючерсов; Биномиальная модель оценки опционов.

Часть 2 -- Индивидуальная оптимальность

- Неделя 3-4. Повторение индивидуальных предпочтений, теории полезности и неприятия риска. Оптимальное потребление и выбор портфеля за один период. Средне-дисперсионный анализ.

Часть 3 -- Модели равновесия

- Неделя 5-6. Краткий повтор основ равновесия: концепция равновесия, репрезентативный агент, существование и Парето-оптимальность. ССАРМ и САРМ. Многофакторные модели. Эмпирическое тестирование моделей оценки активов.
- Неделя 6-7. Оценка активов в дискретных динамических моделях: Модель Лукаса. Загадки ценообразования активов. Экономические пузыри на рынке активов.

Примеры заданий для оценки курса

1а) Определите и нарисуйте график границы средней дисперсии. Покажите эффективную часть границы на графике.

1б) В задаче оптимизации средней дисперсии при наличии менее рискованного актива мы нашли следующее выражение для оптимальных весов каждого актива в портфеле рискованных активов:

$$\pi^* = \frac{V^{-1}(\mu - r\mathbf{1})}{A - rC}$$

Предполагая, что $r < A/C$, покажите, что этот портфель лежит на эффективной границе, построенной только для рискованных активов.

Напомним, что оптимальные портфели в задаче только с рисковыми активами имеют вид: $\pi^* = g + h\bar{\mu}$, где $\bar{\mu}$ - целевая доходность портфеля, $g = \frac{1}{D}[B(\mathbf{V}^{-1}\mathbf{1}) - A(\mathbf{V}\mathbf{V}^{-1}\mu)]$, $h = \frac{1}{D}[C(\mathbf{V}^{-1}\mu) - A(\mathbf{V}^{-1}\mathbf{1})]$ и $A = \mathbf{1}^T\mathbf{V}^{-1}\mu = \mu^T\mathbf{V}^{-1}\mathbf{1}$; $B = \mu^T\mathbf{V}^{-1}\mu$; $C = \mathbf{1}^T\mathbf{V}^{-1}\mathbf{1}$; $D = BC - A^2$.

2) Предположим, что процесс генерации доходности описывается двухфакторной моделью без идиосинкратического риска. Информация о ожидаемых доходностях трех активов (A, B и C) и их факторных нагрузках (чувствительностях) на два фактора представлена в таблице:

	$E[R_j]$	β_{j1}	β_{j2}
A	0.0330	0.9	0.8
B	0.0315	0.7	0.9
C	0.0325	1.0	0.5

- Найдите веса двухфакторных портфелей и их ожидаемую доходность.
- Также найдите реплицирующий портфель для безрискового актива и его доходность.
- Если бы доходность безрискового актива составляла $r = 0.025$, какую бы арбитражную стратегию вы использовали и какова была бы прибыль этой стратегии?
- Напомним, что фундаментальное уравнение оценки АРТ (в случае двухфакторной модели) имеет вид:

$$E[R_j] = \lambda_0 + \lambda_1\beta_{j1} + \lambda_2\beta_{j2}$$

Вычислите значения λ_0 , λ_1 и λ_2 и подтвердите, что они представляют собой безрисковую доходность и премии за риск двухфакторных портфелей соответственно.

Материалы курса

Все материалы будут предоставляться на лекциях и доступны на my.nes.ru.

Политика академической честности

Списывание, плагиат и любые другие нарушения академической этики в Российской экономической школе не допускаются. Предполагается, что вся работа должна выполняться самостоятельно без посторонней помощи, если не указано иное. Когда вы используете чью-либо идею, вы обязаны цитировать автора или источник.

Что касается компьютерных упражнений, вам разрешено использовать программный код, найденный в книгах или в интернете, но обязательно укажите источник в вашем коде, чтобы отдать должное автору или источнику. Вам запрещено использовать код ваших однокурсников.